

Heinrich Hemme
Der Wettlauf mit der Schildkröte

Heinrich Hemme

Der Wettlauf mit der Schildkröte

100 mathematische Rätsel
mit ausführlichen Lösungen

Anaconda

Dieser Band erschien zuerst 2002 bei Vandenhoeck & Ruprecht in Göttingen.

Der Verlag behält sich die Verwertung der urheberrechtlich geschützten Inhalte dieses Werkes für Zwecke des Text- und Data-Minings nach § 44 b UrhG ausdrücklich vor. Jegliche unbefugte Nutzung ist hiermit ausgeschlossen.



Penguin Random House Verlagsgruppe FSC® N001967

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2023 by Anaconda Verlag, einem Unternehmen der Penguin Random House Verlagsgruppe GmbH, Neumarkter Straße 28, 81673 München
Alle Rechte vorbehalten.

Umschlagmotiv: Leopard Tortoise, Adobe Stock / Uking
Umschlaggestaltung: Druckfrei. Dagmar Herrmann, Bad Honnef
Satz und Layout: InterMedia – Lemke e. K., Heiligenhaus
Druck und Bindung: GGP Media GmbH, Pößneck
Printed in Germany
ISBN 978-3-7306-1317-7
www.anacondaverlag.de

Vorwort der ersten Auflage

Achilles, der größte und sportlichste Held der Griechen im Trojanischen Krieg, tritt mit einer Schildkröte zu einem Wettlauf über zehn Stadien an. Achilles fühlt sich der Schildkröte haushoch überlegen und gibt ihr großzügig ein Stadion Vorsprung.

Zeno von Elea, ein intellektueller Störenfried des fünften vorchristlichen Jahrhunderts, der sich diesen Wettlauf ausgedacht hat, behauptet nun, auch wenn Achilles hundertmal so schnell rennt wie die Schildkröte, er wird sie trotzdem niemals einholen. Selbstverständlich kann er seine Behauptung auch beweisen: In der Zeit, in der Achilles das eine Stadion gerannt ist, das die Schildkröte Vorsprung hat, ist diese ein hundertstel Stadion weitergekrochen. Auch für dieses hundertstel Stadion benötigt Achilles noch eine gewisse Zeit, in der die Schildkröte ein zehntausendstel Stadion vorankommt. In der Zeit, die Achilles braucht, um diese Strecke von einem zehntausendstel Stadion zurückzulegen, kriecht die Schildkröte ein millionstel Stadion weiter. Und so geht es immer fort. Der Vorsprung der Schildkröte wird zwar kleiner und kleiner, aber Achilles holt sie trotzdem niemals ein.

Obwohl es jedem Menschen völlig klar ist, dass dieser Beweis falsch sein muss, so sind die meisten doch ziemlich verwirrt, wenn sie ihn das erste Mal hören. Zeno hat seinen »Beweis« so geschickt aufgebaut, dass man jeden einzelnen Schritt seiner Überlegungen für richtig hält und eine ganze Zeit braucht, um den Fehler zu entdecken.

Zenos rätselhafte Geschichte über Achilles' Wettlauf mit der Schildkröte ist eines der ältesten Meisterwerke der Unter-

haltungsmathematik und zugleich eines der schönsten. In diesem Buch finden sich noch hundert andere mathematische Rätsel. Sie sind bei weitem nicht so berühmt wie der Wettlauf mit der Schildkröte, dennoch sind sie alle kleine Kostbarkeiten der Unterhaltungsmathematik.

Die hundert Aufgaben sind unterschiedlich schwer und nicht nach ihrem Schwierigkeitsgrad geordnet. Sie kommen aus vielen Bereichen der Mathematik, beispielsweise aus der Geometrie, der Zahlentheorie, der Kombinatorik oder der Topologie. Manche sind allerdings auch nur mathematische Scherze.

Anders als beim Wettlauf mit der Schildkröte ist von den meisten Aufgaben aus diesem Buch nicht genau bekannt, von wem sie stammen. Ich habe zwar für jede einzelne Aufgabe viel Zeit und Mühe darauf verwandt, ihre Erstveröffentlichung zu entdecken, aber ich glaube nicht, dass mir dies in vielen Fällen gelungen ist. Dennoch habe ich bei jeder Aufgabe die älteste mir bekannte Quelle angegeben. Ich wäre jeder Leserin und jedem Leser dankbar, die bzw. der mir eine ältere Literaturstelle nennen kann.

Ich bedanke mich bei Helmut Postl aus Wien und Tors-ten Sillke aus Frankfurt/Main für die Hilfe bei diesem Buch.

Roetgen, 2002

Vorwort der zweiten Auflage

Zwei Jahre sind seit dem Erscheinen der ersten Auflage des Buches verstrichen. In dieser Zeit habe ich durch Hinweise von Leserinnen und Lesern und durch eigene Recherchen ei-

nige meiner Quellenangaben durch ältere ersetzen und somit die Geschichte der Denksportaufgaben ein wenig weiter zurückverfolgen können. Besonders hilfreich war mir dabei das bisher unveröffentlichte Buch »Sources in Recreational Mathematics« von David Singmaster aus London, das mir der Autor dankenswerterweise zur Verfügung stellte.

Roetgen, 2004

Vorwort der dritten Auflage

Neunzehn Jahre nach der zweiten Auflage dieses Buches liegt nun eine dritte vor. Es konnten wieder einige Lösungen verbessert und einige Quellen durch ältere ersetzt werden.

Heinrich Hemme
Roetgen, 2023

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
Aufgaben	15
1. Das Hufeisen	15
2. Eine Liste mit Behauptungen	15
3. Münzrangieren	16
4. Weiteres Münzrangieren	17
5. Schachspiele	17
6. Fibonacci-Rechtecke	18
7. Die Winkel in den Quadraten	19
8. Die Winkel in den Fibonacci-Rechtecken	19
9. Der Abstand der Go-Steine	20
10. Dreieck- und Quadratzahlen	21
11. Das rollende Dreieck	21
12. Der Blick auf den Würfel	22
13. Das Neuneck	22
14. Groschen und Stern	23
15. Die Jahrestagung der FZV	24
16. Wo steckt der Fehler?	24
17. Unbekannte Ziffern	25
18. Zwölfecke	25
19. Streichholzfünfecke	25
20. Der Satz des Pythagoras	25
21. Der erweiterte Pythagoras	26
22. Zwölf Sonntage	26
23. Die Dreitafelprojektion	27
24. Das Bogenviereck	28
25. Der Lügner	29

26. Leiter und Kiste	29
27. Die nächste Zahl	29
28. Der F-Test	30
29. Der längste Monat	30
30. Seltsame Zahlen	30
31. Rand- und Mittelfelder	31
32. Das Wettrennen	31
33. Ciceros Tod und Ovids Geburt	32
34. Die Quadratur des Sechsecks	32
35. Das Pentagramm	32
36. Pferde, Kühe und Hühner	33
37. Münzwenden	33
38. Das Zahlendreieck	33
39. Ein sich selbst beschreibender Satz	34
40. Das Kugelspiel	34
41. Suchbilder	35
42. Die Halbierung	36
43. Eine zweite Halbierung	36
44. Ein Divisionsskelett	37
45. Die Parole	37
46. Die Sternfläche	38
47. Der numerologische Wert	38
48. Das Labyrinth	39
49. Acht Quadrate mit gemeinsamen Ecken	40
50. Ein Zwillingssparadoxon	40
51. Das Alter des Professors	40
52. Der magische Dominorahmen	41
53. Die Dominoreihe	42
54. Eine zweite Dominoreihe	43
55. Weitere Dominoreihen	43